**RAMOWY ROZKŁAD MATERIAŁU  
– zakres rozszerzony –**

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

W liceum, na nauczanie matematyki w zakresie rozszerzonym, proponujemy przeznaczyć:

* w klasie pierwszej – 4 godziny tygodniowo;
* w klasie drugiej – 5 godzin tygodniowo;
* w klasie trzeciej – 5 godzin tygodniowo;
* w klasie czwartej – 6 godzin tygodniowo.

Rok szkolny liczy około 35 tygodni. Zatem w klasie pierwszej nauczyciel ma do dyspozycji 140 godzin, w klasie drugiej i trzeciej – 175 godzin. Zdający maturę zakończą zajęcia w kwietniu. Dla nich rok szkolny trwa 27 tygodni, co daje 162 godziny lekcji matematyki.

**Rozkład treści nauczania**

Planujemy 4 części podręcznika dla zakresu rozszerzonego (wraz z zakresem podstawowym).

**Klasa I**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Zakres ROZSZERZONY (35 tyg. x 4 h = 140 h) | | |
| l.p. | Dział | l. godz. |
| 1 | Zbiory liczbowe. Liczby rzeczywiste | 16 |
| 2 | Wyrażenia algebraiczne | 25 |
| 3 | Funkcje i ich własności | 18 |
| 4 | Funkcja liniowa | 9 |
| 5 | Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi | 14 |
| 6 | Podstawowe własności wybranych funkcji | 9 |
| 7 | Geometria płaska – pojęcia wstępne. Trójkąty | 25 |
| 8 | Trygonometria kąta ostrego | 9 |
| 9 | Godziny do dyspozycji nauczyciela | 15 |

**Klasa II**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Zakres ROZSZERZONY (35 tyg. x 5 h = 175 h) | | |
| l.p. | Dział | l. godz. |
| 1 | Przekształcenia wykresów funkcji | 16 |
| 2 | Równania i nierówności z wartością bezwzględną i z parametrem | 18 |
| 3 | Funkcja kwadratowa | 31 |
| 4 | Geometria płaska – okręgi i koła | 13 |
| 5 | Trygonometria | 19 |
| 6 | Geometria płaska. Pole koła, pole trójkąta | 13 |
| 7 | Geometria analityczna | 13 |
| 8 | Wielomiany | 34 |
| 9 | Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala | 4 |
| 10 | Godziny do dyspozycji nauczyciela | 14 |

**Klasa III**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Zakres ROZSZERZONY (35 tyg. x 5 h = 175 h) | | |
| l.p. | Dział | l. godz. |
| 1 | Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne | 19 |
| 2 | Ciągi liczbowe | 23 |
| 3 | Geometria płaska – czworokąty | 16 |
| 4 | Geometria płaska – pole czworokąta | 11 |
| 5 | Elementy analizy matematycznej | 28 |
| 6 | Trygonometria | 21 |
| 7 | Geometria analityczna | 26 |
| 8 | Kombinatoryka | 14 |
| 9 | Godziny do dyspozycji nauczyciela | 17 |

**Klasa IV**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Zakres ROZSZERZONY (27 tyg. x 6 h = 162 h) | | |
| l.p. | Dział | l. godz. |
| 1 | Funkcja wykładnicza. Funkcja logarytmiczna | 20 |
| 2 | Rachunek prawdopodobieństwa. Elementy statystyki  opisowej | 33 |
| 3 | Geometria przestrzenna – wielościany | 26 |
| 4 | Geometria przestrzenna – bryły obrotowe | 15 |
| 5 | Powtórzenie wiadomości | 68 |

Godziny do dyspozycji nauczyciela mogą być przeznaczone na uzupełnienie wiadomości uczniów, omówienie dodatkowych zagadnień, a także (w klasie czwartej) na powtórzenie wiadomości i rozwiązywanie próbnych arkuszy maturalnych.

Godziny do dyspozycji nauczyciela powinny być przeznaczone na przeprowadzenie prac klasowych wraz z ich omówieniem, uzupełnienie wiadomości uczniów, a także (w trzeciej czwartej) na powtórzenie wiadomości i rozwiązywanie próbnych arkuszy maturalnych.

**SZCZEGÓŁOWY ROZKŁAD TREŚCI NAUCZANIA**

**Klasa I – zakres rozszerzony**

**1. Zbiory liczbowe. Liczby rzeczywiste**

Zbiory liczbowe. Oś liczbowa. Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych. Przedziały. Zbiór liczb naturalnych i zbiór liczb całkowitych. Równania z jedna niewiadoma. Rozwiązywanie równań metodą równań równoważnych. Nierówności z jedna niewiadomą. Rozwiązywanie nierówności metoda nierówności równoważnych. Procenty. Punkty procentowe. Przybliżenia, błąd bezwzględny i błąd względny, szacowanie.

**2. Wyrażenia algebraiczne**

Potęga o wykładniku naturalnym. Pierwiastek arytmetyczny. Pierwiastek stopnia nieparzystego   
z liczby ujemnej. Działania na wyrażeniach algebraicznych. Wzory skróconego mnożenia stopnia 2. Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym. Potęga o wykładniku wymiernym. Potęga o wykładniku rzeczywistym. Logarytm. Zastosowanie logarytmu. Zdanie. Zaprzeczenie zdania. Zdanie złożone.   
Zaprzeczenia zdań złożonych. Definicja. Twierdzenie. Dowód twierdzenia. Przekształcanie wzorów. Średnie.

**3. Funkcje i ich własności**

Pojęcie funkcji. Funkcja liczbowa. Sposoby opisywania funkcji. Wykres funkcji. Dziedzina funkcji liczbowej. Zbiór wartości funkcji liczbowej. Najmniejsza i największa wartość funkcji. Miejsce zerowe funkcji. Funkcje równe. Monotoniczność funkcji. Funkcje różnowartościowe. Funkcje parzyste i funkcje nieparzyste. Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. Szkicowanie wykresu funkcji o zadanych własnościach. Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci funkcji

**4. Funkcja liniowa**

Proporcjonalność prosta. Funkcja liniowa. Wykres i miejsce zerowe funkcji liniowej. Znaczenie współczynnika kierunkowego we wzorze funkcji liniowej. Zastosowanie własności funkcji liniowej w zadaniach praktycznych.

**5. Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi**

Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Graficzne rozwiązywanie układów równań. Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania. Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników. Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań.

**6. Podstawowe własności wybranych funkcji**

Funkcja kwadratowa. Proporcjonalność odwrotna. Funkcja wykładnicza. Funkcja logarytmiczna.   
Wykresy wybranych funkcji.

**7. Geometria płaska – pojęcia wstępne. Trójkąty**

Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt, figura wypukła, figura ograniczona. Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta. Dwie proste przecięte trzecią prostą. Suma kątów w trójkącie. Wielokąt. Wielokąt foremny. Suma kątów w wielokącie. Twierdzenie Talesa. Podział trójkątów. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki boków w trójkącie. Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. Wysokości w trójkącie. Środkowe w trójkącie. Przystawanie trójkątów. Podobieństwo trójkątów.

**8. Trygonometria kąta ostrego**

Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym. Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa kątów 30°, 45° i 60°. Zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego

**Klasa II – zakres rozszerzony**

**1. Przekształcenia wykresów funkcji**

Wektor w układzie współrzędnych. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX. Przesuniecie równoległe o wektor [p, q]. Symetria osiowa względem osi OX. Symetria osiowa względem osi OY. Symetria środkowa względem punktu (0, 0). Wykres funkcji y = f(|x|) oraz   
y = |f(x)|. Wykresy funkcji y = kf(x) oraz y = f(kx). Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania zadań.

**2. Równania i nierówności z wartością bezwzględną i z parametrem**

Wartość bezwzględna. Własności wartości bezwzględnej. Równania z wartością bezwzględną. Nierówności z wartością bezwzględną. Równania liniowe z parametrem. Nierówności liniowe z parametrem. Układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem. Równania i nierówności z wartością bezwzględną i z parametrem.

**3. Funkcja kwadratowa**

Przypomnienie wiadomości o funkcji kwadratowej z klasy I. Przesunięcie równoległe wykresu funkcji kwadratowej y = ax2. Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej. Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu. Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie podanych własności. Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym. Badanie funkcji kwadratowej - zadania optymalizacyjne. Równania kwadratowe. Równania prowadzące do równań kwadratowych (w tym równania dwukwadratowe). Nierówności kwadratowe. Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych. Wzory Viete’a. Równania i nierówności kwadratowe z parametrem. Wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną. Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną.

**4. Geometria płaska – okręgi i koła**

Okręgi i koła. Kąty i koła. Okrąg opisany na trójkącie. Okrąg wpisany w trójkąt. Twierdzenie o stycznej i siecznej.

**5. Trygonometria**

Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości dotyczących trygonometrii kąta ostrego. Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta (do 360°). Wzory redukcyjne. Podstawowe tożsamości trygonometryczne. Twierdzenie sinusów. Twierdzenie cosinusów. Rozwiązywanie trójkątów.

**6. Geometria płaska. Pole koła, pole trójkąta**

Pole figury geometrycznej. Pole trójkąta. Pola trójkątów podobnych. Pole koła, pole wycinka koła. Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń.

**7. Geometria analityczna**

Odcinek w układzie współrzędnych (długość, środek). Prosta w układzie współrzędnych. Równanie kierunkowe prostej i równanie ogólne prostej. Prostopadłość i równoległość prostych w układzie współrzędnych. Odległość punktu od prostej. Odległość między prostymi równoległymi. Układ równań z dwiema niewiadomymi, z których jedno jest pierwszego stopnia, a drugie typu y = ax2 + bx + c. Zastosowanie poznanych układów równań w rozwiązywaniu zadań.

**8. Wielomiany**

Wielomian jednej zmiennej. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów. Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia w działaniach na wielomianach. Równość wielomianów. Podzielność wielomianów. Dzielenie wielomianu. Dzielenie wielomianu   
z resztą. Dzielenie wielomianu przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera. Wzór *an* – *bn*. Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta. Pierwiastek wielokrotny. Pierwiastek wielomianu   
o współczynnikach całkowitych. Rozkładanie wielomianów na czynniki. Równania wielomianowe   
(w tym równania dwukwadratowe). Zadania prowadzące do równań wielomianowych. Równania wielomianowe z parametrem. Funkcje wielomianowe. Nierówności wielomianowe.

**9. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala**

Silnia. Symbol Newtona. Wzór dwumianowy Newtona. Trójkąt Pascala.

**Klasa III – zakres rozszerzony**

**1.** **Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne**

Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych. Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych. Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych. Równania wymierne. Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych. Nierówności wymierne. Zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych. Funkcje wymierne. Funkcja homograficzna.

**2. Ciągi liczbowe**

Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów (w tym ciągi określone rekurencyjnie). Monotoniczność ciągu. Ciąg arytmetyczny. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. Ciąg geometryczny. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. Lokaty pieniężne i kredyty bankowe. Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny – zadania różne. Granica ciągu liczbowego. Własności ciągów zbieżnych. Ciągi rozbieżne do nieskończoności. Szereg geometryczny.

**3. Geometria płaska – czworokąty**

Podział czworokątów. Trapezoidy. Trapezy. Równoległoboki. Okrąg opisany na czworokącie. Okrąg wpisany w czworokąt. Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie. Wielokąty. Wielokąt foremny. Podobieństwo. Figury podobne. Podobieństwo czworokątów.

**4. Geometria płaska – pole czworokąta**

Pole prostokąta. Pole kwadratu. Pole równoległoboku. Pole rombu. Pole trapezu. Pole czworokąta – zadania różne (pole wielokąta). Pola figur podobnych. Mapa. Skala mapy.

**5. Elementy analizy matematycznej**

Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości o granicach ciągów. Granica funkcji w punkcie. Obliczanie granic funkcji w punkcie. Granice jednostronne funkcji w punkcie. Granice funkcji w nieskończoności. Granica niewłaściwa funkcji. Ciągłość funkcji w punkcie. Ciągłość funkcji w zbiorze. Asymptoty wykresu funkcji. Pochodna funkcji w punkcie. Funkcja pochodna. Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej. Styczna do wykresu funkcji. Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji. Ekstrema lokalne funkcji. Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale. Zastosowanie pochodnej w rozwiązywaniu zadań.

**6. Trygonometria**

Powtórzenie wiadomości z trygonometrii z klasy I i II. Kąt skierowany. Miara łukowa kąta. Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej. Okresowość funkcji trygonometrycznych. Wykresy funkcji   
y = sinx oraz y = cosx. Wykresy funkcji y = tgx oraz y = ctgx. Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych. Proste równania trygonometryczne. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy. Sumy   
i różnice funkcji trygonometrycznych. Równania trygonometryczne. Nierówności trygonometryczne.

**7. Geometria analityczna**

Równanie kierunkowe prostej, równanie ogólne prostej – powtórzenie. Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu. Styczna do okręgu. Wzajemne położenie dwóch okręgów. Wyznaczanie punktów wspólnych dwóch okręgów. Rozwiązywanie zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych. Wyznaczanie obrazów okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych i w symetrii środkowej względem punktu O(0, 0). Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości. Kąt między niezerowymi wektorami. Kąt między prostymi. Pole trójkąta. Pole wielokąta. Wzajemne położenie dwóch okręgów. Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej. Jednokładność. Jednokładność w układzie współrzędnych. Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej.

**8. Kombinatoryka**

Reguła mnożenia i reguła dodawania. Wariacje. Permutacje. Kombinacje. Kombinatoryka – zadania różne.

**Klasa IV – zakres rozszerzony**

**1. Funkcja wykładnicza. Funkcja logarytmiczna**

Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie. Funkcja wykładnicza i jej własności. Równania wykładnicze. Nierówności wykładnicze. Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym. Logarytm – powtórzenie wiadomości. Funkcja logarytmiczna i jej własności. Równania logarytmiczne. Nierówności logarytmiczne. Zastosowanie logarytmów i wykresu funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.

**2. Rachunek prawdopodobieństwa. Elementy statystyki opisowej**

Zadania z kombinatoryki – powtórzenie wiadomości. Doświadczenie losowe. Zdarzenia. Działania na zdarzeniach. Obliczanie prawdopodobieństwa. Doświadczenie losowe wieloetapowe. Prawdopodobieństwo warunkowe. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Wzór Bayesa. Niezależność zdarzeń. Schemat Bernoulliego. Zmienna losowa i jej rozkład. Wartość oczekiwana zmiennej losowej. Podstawowe pojęcia statystyki. Sposoby prezentowania danych w wyniku obserwacji statystycznej. Średnia z próby. Mediana z próby i moda z próby. Wariancja i odchylenie standardowe.

**3. Geometria przestrzenna – wielościany**

Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę. Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni. Rzut prostokątny na płaszczyznę. Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych. Graniastosłupy. Ostrosłupy. Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu. Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów. Przekroje wybranych wielościanów – konstrukcje i zadania. Wielościany podobne. Objętość wielościanów podobnych.

**4. Geometria przestrzenna – bryły obrotowe**

Walec. Pole powierzchni walca. Objętość walca. Stożek. Pole powierzchni stożka. Objętość stożka. Kula i sfera. Bryły obrotowe podobne. Objętość brył obrotowych podobnych. Bryły obrotowe – zadania różne.

**5. Powtórzenie wiadomości**

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Rozkład materiału pochodzi z **„Matematyka. Solidnie od podstaw.**

**Program nauczania w liceach i w technikach. Zakres rozszerzony”**

autorstwa M. Kurczaba, E. Kurczab, E. Świdy i T. Szweda,

Warszawa, 2019 r.