

Spis treści

Od autorów

7

I. Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne

Działania na potęgach, pierwiastkach i logarytmach	8
Dowody algebraiczne	11
1. Podzielność liczb	11
2. Wyrażenia algebraiczne, wzory skróconego mnożenia	12
3. Z wykorzystaniem średniej arytmetycznej, geometrycznej i kwadratowej kilku liczb	17
4. Logarytmiczne	18

II. Równania, nierówności i układy równań

Równania i nierówności wielomianowe	21
Równania i nierówności wymierne	23
Równania i nierówności z wartością bezwzględną	25
Układy równań	27

III. Równania i nierówności z parametrem

Równania i nierówności liniowe z parametrem	29
Równania i nierówności kwadratowe z parametrem	30
Równania wielomianowe z parametrem	32
Równania wymierne z parametrem	34
Układy równań z parametrem	34
Zastosowanie metody graficznej w rozwiązywaniu równań z parametrem	35

IV. Funkcje

Przekształcanie oraz kreślenie wykresów funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$	37
Złożenie funkcji	38
Funkcja wymierna. Dowodzenie monotoniczności funkcji na podstawie definicji	39
Kontekst realistyczny w zadaniach	39

V. Ciągi

Ciąg określony wzorem ogólnym i rekurencyjnym	44
Ciąg arytmetyczny i geometryczny	45
Granice ciągów	48
Szereg geometryczny	49

VI. Trygonometria

Funkcje trygonometryczne, wykresy oraz tożsamości trygonometryczne	54
Równania trygonometryczne	54

VII. Planimetria

Trójkąty. Podobieństwo i przystawanie trójkątów. Punkty szczególne. Twierdzenie Talesa i twierdzenie do niego odwrotne. Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne. Twierdzenie o dwusiecznej. Twierdzenie sinusów i cosinusów	58
Czworokąty. Okrąg wpisany i opisany na czworokącie	61

Pola wielokątów	64
Koła i okręgi. Twierdzenie o odcinkach stycznych. Twierdzenie o odcinkach siecznej i stycznej. Twierdzenie o siecznych. Twierdzenie o cięciwach	67

VIII. Dowody geometryczne

Dowody w planimetrii	69
Dowody w trygonometrii	76
Dowody w geometrii analitycznej i stereometrii	80

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej

Proste w kartezjańskim układzie współrzędnych	82
Okrąg w układzie współrzędnych. Punkty wspólne krzywych	84
Wektory. Działania na wektorach	87
Pola figur w kartezjańskim układzie współrzędnych	88

X. Stereometria

Kąty w figurach przestrzennych	90
Graniastosłupy. Pole powierzchni całkowitej. Objętość. Przekroje	91
Ostrosłupy. Pole powierzchni. Objętość. Przekroje	95
Walce. Pole powierzchni. Objętość. Przekroje	98
Stożki. Pole powierzchni. Objętość. Przekroje	99
Kule. Pole powierzchni. Objętość. Przekroje	101
Zależność między polami i objętościami brył podobnych	102

XI. Kombinatoryka zadania różne

Kombinatoryka zadania różne	103
-----------------------------------	-----

XII. Rachunek prawdopodobieństwa

Prawdopodobieństwo w modelu klasycznym	107
Prawdopodobieństwo warunkowe	109
Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Wzór Bayesa	110
Schemat Bernoulliego	113

XIII. Analiza matematyczna. Rachunek różniczkowy i optymalizacja

Granice funkcji (w punkcie i w nieskończoności)	115
Własność Darboux	117
Pochodna funkcji (w tym funkcji złożonej)	118
Styczna do wykresu funkcji	119
Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji. Ekstrema funkcji	121
Zadania optymalizacyjne	123

ROZWIĄZANIA

I. Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne

Działania na potęgach, pierwiastkach i logarytmach	129
Dowody algebraiczne	135
1. Podzielność liczb	135
2. Wyrażenia algebraiczne, wzory skróconego mnożenia	141
3. Z wykorzystaniem średniej arytmetycznej, geometrycznej i kwadratowej kilku liczb	155
4. Logarytmiczne	161

II. Równania, nierówności i układy równań

Równania i nierówności wielomianowe	168
Równania i nierówności wymierne	176
Równania i nierówności z wartością bezwzględną	181
Układy równań	188

III. Równania i nierówności z parametrem

Równania i nierówności liniowe z parametrem	193
Równania i nierówności kwadratowe z parametrem	196
Równania wielomianowe z parametrem	207
Równania wymierne z parametrem	213
Układy równań z parametrem	214
Zastosowanie metody graficznej w rozwiązywaniu równań z parametrem	217

IV. Funkcje

Przekształcanie oraz kreślenie wykresów funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$	223
Złożenie funkcji	226
Funkcja wymierna. Dowodzenie monotoniczności funkcji na podstawie definicji	228
Kontekst realistyczny w zadaniach	230

V. Ciągi

Ciąg określony wzorem ogólnym i rekurencyjnym	235
Ciąg arytmetyczny i geometryczny	238
Granice ciągów	246
Szereg geometryczny	249

VI. Trygonometria

Funkcje trygonometryczne, wykresy oraz tożsamości trygonometryczne	258
Równania trygonometryczne	263

VII. Planimetria

Trójkąty. Podobieństwo i przystawanie trójkątów. Punkty szczególne. Twierdzenie Talesa i twierdzenie do niego odwrotne. Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne. Twierdzenie o dwusiecznej. Twierdzenie sinusów i cosinusów	277
Czworokąty. Okrąg wpisany i opisany na czworokącie	286
Pola wielokątów	298
Koła i okręgi. Twierdzenie o odcinkach stycznych. Twierdzenie o odcinkach siecznej i stycznej. Twierdzenie o siecznych. Twierdzenie o cięciwach	305