

PLAN WYNIKOWY

(zakres podstawowy)

klasa 3.

Wstęp

Plan wynikowy kształcenia matematycznego jest dostosowany do programu nauczania matematyki w liceach i technicach, autorstwa Marcina Kurczaba, Elżbiety Kurczab oraz Elżbiety Świdy: zakres podstawowy – numer dopuszczenia DKOS – 5002 – 05/08. Jest on przeznaczony dla nauczycieli oraz uczniów pracujących z podręcznikiem „Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Zakres podstawowy” i zbiorami zadań do matematyki, autorstwa Elżbiety Kurczab, Marcina Kurczaba oraz Elżbiety Świdy, wydanymi przez Oficynę Edukacyjną * Krzysztof Pazdro.

Plan jest wykazem wiadomości i umiejętności, jakie powinien mieć uczeń ubiegający się o określone oceny na poszczególnych etapach edukacji w liceum lub w technikum.

Wymagania stawiane przed uczniem podzieliliśmy na trzy grupy:

- Wymagania podstawowe (zawierają wymagania konieczne);
- Wymagania dopełniające (zawierają wymagania rozszerzające);
- Wymagania wykraczające.

Wymagania wykraczające zawierają w sobie wymagania dopełniające, te zaś zawierają wymagania podstawowe.

Ocenę dopuszczającą powinien otrzymać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40% – 60% wymagań podstawowych, zaś ocenę dostateczną uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

Ocenę dobrą powinien otrzymać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających, zaś ocenę bardzo dobrą uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

Ocenę celującą powinien uzyskać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

Aby ułatwić nauczycielom, uczniom oraz ich rodzicom korzystanie z planu wynikowego, dla poszczególnych wymagań przedstawiamy przykładowe zadania, które dokładniej określają stopień trudności problemów wymaganych na poszczególne oceny. Przedstawione zadania **nie mogą** w żadnym wypadku stanowić przykładowego zbioru zadań, z którego nauczyciel powinien czerpać zadania na ewentualny egzamin sprawdzający, lecz mają jedynie wskazać stopień trudności zadań na poszczególne oceny.

Plan wynikowy nie może być „dokumentem sztywnym”. Zakładamy, że każdy nauczyciel zmodyfikuje ten plan, dostosowując go zarówno do liczby godzin przeznaczonych na realizację materiału, jak i do możliwości uczniów.

Nauczycieli, którzy będą korzystać z przygotowanego przez nas planu wynikowego, prosimy o wskazówki i uwagi.

Autorzy

Spis treści

1. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna.....	4
2. Elementy kombinatoryki i rachunek prawdopodobieństwa.....	7
3. Elementy statystyki opisowej.....	11
4. Geometria przestrzenna.....	13

1. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna

Tematyka zajęć:

- Funkcja wykładnicza i jej własności
- Definicja logarytmu liczby dodatniej
- Własności logarytmów
- Funkcja logarytmiczna i jej własności

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna definicję funkcji wykładniczej;– potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;– potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;– potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;– potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (S_{0x}, S_{0y}, $S_{(0,0)}$, przesunięcie równoległe o dany wektor);– potrafi rozwiązywać graficznie proste równania oraz nierówności z wykorzystaniem wykresu funkcji wykładniczej;– rozwiązuje proste równania wykładnicze;– rozwiązuje proste nierówności wykładnicze;– posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi zastosować proste równania i nierówności wykładnicze w rozwiązywaniu zadań dotyczących własności funkcji wykładniczych oraz innych zagadnień (np. ciągów);– potrafi sprawnie przekształcać wyrażenia zawierające logarytmy, stosując poznane twierdzenia o logarytmach.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna definicję funkcji logarytmicznej;– potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;– potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;– potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;– potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (S_{0x}, S_{0y}, $S_{(0,0)}$, przesunięcie równoległe o dany wektor);– potrafi rozwiązywać graficznie proste równania oraz nierówności z wykorzystaniem wykresu funkcji

<p>zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi obliczyć logarytm liczby dodatniej; – zna i potrafi stosować własności logarytmów: logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi o wykładniku naturalnym. 		<p>logarytmicznej;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać proste równania logarytmiczne; – potrafi rozwiązywać proste nierówności logarytmiczne; – potrafi zastosować równania i nierówności logarytmiczne do rozwiązywania zadań dotyczących własności funkcji logarytmicznych.
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Przykładowe zadania

<p><u>Zadanie 1.</u> Naszkicuj wykresy funkcji: a) $f(x) = 3^x$ b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ i na podstawie wykresu omów własności funkcji.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Rozwiąż równanie i nierówność: a) $(0,5)^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = \frac{1}{64}$ b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x+2}} \leq \frac{4}{9}$.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Rozwiąż graficznie równanie $2^{x-2} \leq 5 - x$.</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> Rozwiąż nierówność: $0,7^{2+4+6+\dots+2x} \geq 0,7^{12}$ i $x \in \mathbf{N}_+$.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Funkcja $f(x) = 2^{x-4} + 1$ oraz funkcja $g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{m+x} - \frac{1}{4}$ przyjmują dla pewnego argumentu tę samą wartość równą 1,25. Oblicz m.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Liczby 2, $2^{x-1} + 4$, $2^{x-2} + 12$, w podanej kolejności, są trzema początkowymi wyrazami nieskończonego ciągu arytmetycznego. Oblicz sumę dwudziestu początkowych wyrazów tego ciągu.</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> Naszkicuj wykres funkcji: $f(x) = 1 + \log_2(x + 3)$ i omów jej własności.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Rozwiąż graficznie nierówność: $1 - \log_{\frac{1}{2}} x > \frac{4}{x}$.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Rozwiąż równanie i nierówność: a) $\log_5[3 + \log_4(\log_2 x + 10)] = 1$ b) $\log_{\frac{1}{3}} x + 2 \geq -1$.</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Zadanie 4.

Naukowcy zauważyli, że z powodu zmian środowiska naturalnego pewien gatunek zwierząt liczący obecnie 1000 sztuk może wyginąć. Oszacowali, że po t latach gatunek ten będzie liczył (w przybliżeniu) $N(t) = 1000 \cdot (0,9)^t$ sztuk. Oblicz, ile osobników tego gatunku będzie po 5 latach.

Zadanie 5.

Oblicz:

a) $\log_2 16$ b) $\log_{\pi} 1$ c) $\log_{\frac{1}{7}} 49$ d) $\log 10^{12}$.

Zadanie 6.

Oblicz:

a) $\log_3 \frac{27}{8}$ b) $\log_4 2 + \log_4 32$
c) $\log_{\frac{1}{3}} 324 - 2 \log_{\frac{1}{3}} 6$.

Zadanie 7.

Oblicz x , jeśli:

a) $\log_x 81 = 4$ b) $\log_2 x = -\frac{2}{3}$.

Zadanie 4.

Oblicz wartość wyrażenia $16^{\log_2 \sqrt[3]{2} + \log_4 3}$.

Zadanie 4.

Wiedząc, że $\log_{14} 2 = a$ i $\log_{14} 5 = b$, oblicz $\log_7 50$.

2. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa

Tematyka zajęć:

- Kombinatoryka
- Reguła mnożenia i reguła dodawania
- Permutacje
- Wariacje z powtórzeniami
- Wariacje bez powtórzeń
- Kombinacje
- Rachunek prawdopodobieństwa
- Doświadczenia losowe; zdarzenia elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych; zdarzenie
- Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa
- Własności prawdopodobieństwa
- Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem własności prawdopodobieństwa
- Klasyczna definicja prawdopodobieństwa
- Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa
- Doświadczenie losowe wieloetapowe

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, nie wymagających użycia wzorów kombinatorycznych; – stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania; – zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna pojęcie permutacji i umie stosować wzór na liczbę permutacji; – zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; – zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji; – umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”; – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności,

<ul style="list-style-type: none"> – zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa; – zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań; – umie określić (skończoną) przestrzeń zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego i obliczyć jej moc; – umie określić, jakie zdarzenia elementarne sprzyjają danemu zdarzeniu; – zna i umie stosować w prostych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa. 	<ul style="list-style-type: none"> z zastosowaniem wzorów na liczbę permutacji, wariacji i kombinacji; – umie udowodnić twierdzenie dotyczące własności prawdopodobieństwa; – umie rozwiązywać zadania dotyczące rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń; – oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia doświadczenia wieloetapowego. 	<p>z wykorzystaniem poznanych twierdzeń.</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------

Przykładowe zadania

<p><u>Zadanie 1.</u> Ile jest wszystkich liczb dwucyfrowych o różnych cyfrach, podzielnych przez 3?</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych takich, w których:</p> <p>a) cyfry nie mogą się powtarzać b) cyfry mogą się powtarzać?</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Jurek ma 4 pary spodni i 6 koszul. Na ile różnych sposobów może założyć spodnie i koszulę?</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> Z grupy 6 kobiet i 8 mężczyzn wybieramy losowo cztery osoby. Ile jest takich sposobów wyboru, aby wśród wybranych osób:</p> <p>a) były same kobiety b) były dwie kobiety i dwóch mężczyzn?</p> <p><u>Zadanie 2.</u> W przedziale wagonu kolejowego są ustawione naprzeciw siebie dwie ławki. Każda ma 5 numerowanych miejsc. Do przedziału weszło pięć osób. Trzy osoby siadły na jednej ławce, pozostałe – na drugiej, naprzeciwko dwóch osób z pierwszej ławki. Ile jest takich rozmieszczeń osób w przedziale?</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> Wiadomo, że $P(A \cap B') = P(B' \cap A)$, $P(A \cup B) = 0,75$, $P(A \cap B) = 0,25$. Oblicz $P(B)$, $P(A - B)$.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Ze zbioru $\{1, 2, \dots, n\}$ tworzymy wszystkie trójwyrazowe ciągi o wyrazach należących do tego zbioru. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybrany losowo jeden taki ciąg będzie monotoniczny?</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p><u>Zadanie 4.</u> Z talii 52 kart losujemy jedną kartę. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana karta jest asem pik.</p> <p><u>Zadanie 5.</u> Rzucamy dwiema kostkami do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że:</p> <p>a) suma oczek jest równa 7 b) na przynajmniej jednej z kostek wypadła liczba oczek większa od 4.</p> <p><u>Zadanie 6.</u> Sześcián pomalowano, a następnie rozcięto na 1000 jednakowych sześciáników, które wrzucono do pudełka i wymieszano. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania z tego pudełka jednego sześciánika, który:</p> <p>a) będzie miał dwie ściany pomalowane b) będzie miał jedną ścianę lub dwie ściany pomalowane.</p> <p><u>Zadanie 7.</u> W grupie 20 studentów każdy uprawia jeden sport. W poniższej tabeli przedstawiona jest informacja o uprawianych przez studentów rodzajach sportu, z uwzględnieniem płci studentów.</p>	<p><u>Zadanie 3.</u> Wielokąt wypukły ma n wierzchołków, spośród których losujemy jednocześnie dwa. Jakie musi być n, aby prawdopodobieństwo, że wylosowane wierzchołki wyznaczają przekątną, było równe 0,9?</p> <p><u>Zadanie 4.</u> W szufladzie Marek miał 5 par skarpet. W sposób losowy wybrał z niej cztery skarpety. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród wybranych skarpet jest przynajmniej jedna para?</p> <p><u>Zadanie 5.</u> W pudełku znajdują się 3 kule białe i 7 kul zielonych. Losujemy jedną kulę z pudełka, a następnie z pozostałych kul losujemy jedną kulę. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana za drugim razem kula jest zielona.</p>	
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

	Tenis	Siatkówka	Pływanie		
Kobiety	4	2	3		
Mężczyźni	5	4	2		
<p>Wybieramy z grupy jednego studenta. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia:</p> <p>a) wybrany student uprawia pływanie</p> <p>b) wybrany student jest mężczyzną lub gra w siatkówkę</p> <p>c) wybrany student nie gra w tenisa.</p>					

3. Elementy statystyki opisowej

Tematyka zajęć:

- Podstawowe pojęcia statystyki. Sposoby prezentowania danych
- Średnia z próby
- Mediana z próby i moda z próby
- Wariancja i odchylenie standardowe

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów; – potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; – potrafi obliczać średnią z próby; – potrafi obliczać medianę z próby; – potrafi wskazać modę z próby; – potrafi obliczać wariancję i odchylenie standardowe; – potrafi na podstawie obliczonych wielkości przeprowadzić analizę przedstawionych danych; – potrafi określać zależności między odczytanymi danymi.	Uczeń: – potrafi rozwiązywać proste zadania teoretyczne dotyczące pojęć statystycznych.	

Przykładowe zadania

<p><u>Zadanie 1.</u> Pięćdziesiąt osób zdawało egzamin z przepisów ruchu drogowego. Liczba popełnionych przez nie błędów przedstawiona jest w poniższej tabeli:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr style="background-color: yellow;"> <td style="padding: 2px;">Liczba błędów</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">3</td> <td style="padding: 2px;">4</td> <td style="padding: 2px;">5</td> </tr> <tr style="background-color: cyan;"> <td style="padding: 2px;">Liczba osób</td> <td style="padding: 2px;">11</td> <td style="padding: 2px;">8</td> <td style="padding: 2px;">14</td> <td style="padding: 2px;">7</td> <td style="padding: 2px;">6</td> <td style="padding: 2px;">4</td> </tr> </table> <p>a) Oblicz średnią liczbę błędów popełnionych przez zdającego. b) Ile procent zdających zdało egzamin, jeśli do tego można było popełnić co najwyżej dwa błędy? c) Przedstaw dane na diagramie kolumnowym i zaznacz na nim średnią obliczoną w punkcie a).</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Producent czekolady deklaruje, że tabliczka ma wagę $150 \text{ g} \pm 2 \text{ g}$. Dla zbadania jakości pewnej partii czekolady organizacja konsumencka zbadała wagę losowo wybranych 10 tabliczek czekolady z tej partii i otrzymała następującą ich wagę (w gramach): 150,4 148,9 150,1 152,8 146,6 154,3 150,8 151,1 150,6 149,5 Oblicz średnią wagę tabliczki czekolady i odchylenie standardowe w badanej próbie. Zastanów się, czy organizacja konsumencka winna zwrócić się do producenta z reklamacją dotyczącą tej partii tabliczek czekolady.</p>	Liczba błędów	0	1	2	3	4	5	Liczba osób	11	8	14	7	6	4	<p><u>Zadanie 1.</u> Suma trzech liczb x, y oraz z wynosi 6, a ich wariancja jest równa 21. Oblicz sumę kwadratów tych liczb.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Zestaw trzech liczb a, b i c ma średnią arytmetyczną \bar{x}_1 i odchylenie standardowe od średniej równe δ_1. Zestaw trzech liczb $a + 3$, $b + 3$ i $c + 3$ ma średnią arytmetyczną \bar{x}_2 i odchylenie standardowe δ_2. Wyznacz związek pomiędzy średnimi arytmetycznymi i odchyleniami standardowymi obu zestawów danych.</p>	
Liczba błędów	0	1	2	3	4	5										
Liczba osób	11	8	14	7	6	4										

4. Geometria przestrzenna

Tematyka zajęć:

- Proste i płaszczyzny w przestrzeni
- Kąt między prostą a płaszczyzną
- Kąt dwuścienny
- Graniastopy i ich siatki
- Ostrosłupy i ich siatki
- Bryły obrotowe
- Objętość i pole powierzchni bryły

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni; – potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni; – potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni; – potrafi rysować figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę; – umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny; – umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn; – zna i umie stosować twierdzenie o trzech prostopadłych; – rozumie pojęcie kąta między prostą 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną; – zna i umie stosować twierdzenia charakteryzujące ostrosłup prosty i prawidłowy; – potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi skonstruować przekrój wielościanu płaszczyzną i udowodnić poprawność konstrukcji; – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył o podwyższonym stopniu trudności, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń.

<p>i płaszczyzną;</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem „kątem liniowy kąta dwuściennego”; – zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość, wierzchołki graniastosłupa; – zna podział graniastosłupów; – umie narysować siatki graniastosłupów prostych; – zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość, wierzchołki ostrosłupa; – zna podział ostrosłupów; – umie narysować siatki ostrosłupów prostych; – rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów; – rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów; – rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami; – zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu walca; – rozumie określenie przekrój osiowy walca; 		
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--

<ul style="list-style-type: none"> – zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu, wierzchołek stożka; – rozumie określenie przekrój osiowy stożka – zna określenie kuli; – rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów; – umie obliczać objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów; – umie obliczać objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów prawidłowych; – umie obliczać objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca); – potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń. 		
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--

Przykładowe zadania

<p><u>Zadanie 1.</u> W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym suma długości jego krawędzi jest równa 68 cm, a pole powierzchni całkowitej 190 cm^2. Oblicz długość krawędzi graniastosłupa.</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> Podstawą ostrosłupa jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 6 cm i 8 cm. Wszystkie krawędzie boczne mają długość 10 cm. Oblicz objętość tego ostrosłupa.</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> W graniastosłupie o podstawie trójkątnej łączymy wierzchołki jednej podstawy ze środkami przeciwległych krawędzi drugiej podstawy. Wykaż, że te trzy odcinki przecinają się</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Zadanie 2.

W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym o wysokości $2\sqrt{3}$ cm, ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

Zadanie 3.

Znajdź pole powierzchni całkowitej walca, którego pole powierzchni bocznej jest równe P_b i którego przekrojem osiowym jest kwadrat.

Zadanie 2.

Sześcian o krawędzi 4 cm przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i nachyloną do płaszczyzny podstawy pod kątem:
a) 45°
b) 60° .
Oblicz pole otrzymanego przekroju.

Zadanie 3.

Krawędź podstawy graniastoslupa prawidłowego trójkątnego ma 6 cm długości, a wysokość graniastoslupa ma $3\sqrt{2}$ cm długości. Wyznacz miarę kąta między przekątną ściany bocznej a płaszczyzną sąsiedniej ściany bocznej.

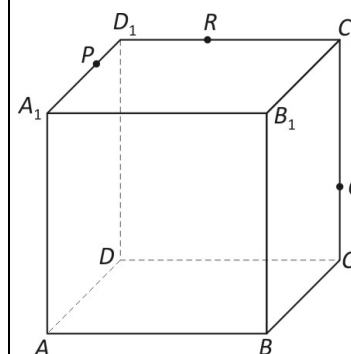
w jednym punkcie, który dzieli je w stosunku 1 : 2.

Zadanie 2.

Trójkąt równoramienny o obwodzie długości k i kącie przy wierzchołku α , obraca się wokół podstawy. Oblicz objętość powstałej bryły.

Zadanie 3.

Dany jest sześcian $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Punkty P, Q, R , leżą odpowiednio na krawędziach $A_1 D_1, C C_1, D_1 C_1$ (zobacz rysunek).



Skonstruuj przekrój sześcianu płaszczyzną PQR . Uzasadnij konstrukcję.